HØGSKOLEN I STAVANGER

Institutt for elektroteknikk og databehandling

EKSAMEN I: 4042 Digital signalbehandling

VARIGHET: 09.00-14.00

TILLATTE HJELPEMIDLER: Alle

OPPGAVESETTET BESTÅR AV 3 SIDER

MERKNADER:

---

## Oppgave 1 (20%)

En microfon oppfanger det analoge signalet

$$x_a(t) = sin(1000\pi t) + \frac{1}{3}sin(3000\pi t) - \frac{1}{5}sin(5000\pi t) + \frac{2}{9}sin(9000\pi t).$$

Tiden $t$ er i sekunder. Signalet samples med samplingsfrekvensen 4kHz, uten å filtreres med noe analogt filter først.

a) Hvilke frekvenskomponenter har det analoge signalet? Skriv frekvensene uttrykt i hertz – Hz.

b) Hvilke av frekvenskomponentene forårsaker problemer med aliasing? Begrunn svaret.

c) Finn (analytisk eller grafisk) hvilke alias-frekvenser disse har etter sampling. D.v.s. finn ut hvilke analoge frekvenser man primært antar at dette er, ved bare å se på det samplede signalet.

d) Forklar hvordan man kan unngå problemene ovenfor, dersom man skal ha en samplingsfrekvens på 8kHz.

e) Anta at $x_a(t)$ samples med en samplingsfrekvens på 16kHz. Skriv opp det tidsdiskrete signalet som da fremkommer, $x(n)$.

## Oppgave 2 (20%)

Et system er gitt ved I/O-relasjonen

$$y(n) = \frac{2}{3}y(n-1) - \frac{1}{9}y(n-2) + x(n).$$

På inngangen til systemet har vi signalet

$$x(n) = u(n),$$

der $u(n)$ er enhetsspranget (eng.: unit step). Systemet har initialbetingelsene y(-1)=0 og y(-2)=1. Løs differanse-ligningen ved hjelp av z-transformen.

## Oppgave 3 (35%)

Man ønsker å konstruere et endelig impulsrespons (FIR) lavpass-filter med knekkfrekvens $\pi/3$. Den ideelle frekvensresponsen til dette filteret er

$$H_d(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1e^{-j\omega\frac{M-1}{2}} & \text{for } 0 < |\omega| < \pi/3 \\ 0 & \text{ellers} \end{cases},$$

hvor $M$ er et konstant heltall

a) Vis at impulsresponsen til $H_d(e^{j\omega})$ kan skrives

$$h_d(n) = \begin{cases} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{3}(n-\frac{M-1}{2})\right)}{\pi(n-\frac{M-1}{2})} & \text{for } n \neq \frac{M-1}{2} \\ \frac{1}{3} & \text{for } n = \frac{M-1}{2} \end{cases}.$$

b) Vi kan ikke benytte denne impulsresponsen i praktiske filtre. Hvorfor?

c) Bruk vindumetoden med vindustørrelse $M = 5$ og rektangulært vindu og finn impulsresponsen $h_r(n)$ til det resulterende filteret.

d) La $H_r(e^{j\omega})$ være frekvensresponsen til $h_r(n)$. Finn $H_r(e^{j\omega})$ på polar form. $H_r(e^{j\omega})$ er på polar form dersom vi kan skrive $H_r(e^{j\omega}) = r(\omega)e^{j\theta(\omega)}$, hvor $r(\omega)$ og $\theta(\omega)$ er reelle funksjoner. Bruk dette til å finne $|H_r(e^{j\omega})|$ og $\angle H_r(e^{j\omega})$ for $\omega = \frac{\pi}{6}$ og $\omega = \frac{\pi}{2}$.

e) Finn utgangen fra systemet dersom $x(n) = cos(\frac{\pi}{6}n) + cos(\frac{\pi}{2}n)$ er inngangen. Tyder svaret på at du har konstruert et lavpass-filter?

f) Hvilke fordeler og ulemper medfører det å velge et Hanning vindu istedenfor et rektangulært vindu?

## Oppgave 4 (25%)

Vi har gitt IIR systemet karakterisert ved overføringsfunksjonen

$$H(z) = \frac{0.2 + 0.4z^{-1} + 0.2z^{-2}}{1 - 0.4z^{-1} + 0.3z^{-2}}.$$

a) Tegn direkte form I og direkte form II implementasjonene av systemet som blokkdiagram eller flytgraf.

b) Lag pol/nullpunkt plottet til systemet.

c) Ut fra pol/nullpunkt plottet bestem om systemet er stabilt og om det er høypass eller lavpass.

d) Skriv opp $H(e^{j\omega})$ og finn et uttrykk for $|H(e^{j\omega})|$.

e) Skisser $|H(e^{j\omega})|$.

f) Ut fra pol/nullpunkt plottet bestemte du om systemet var lavpass eller høypass. Samsvarer det resultatet med frekvensresponsen du nå har funnet?

## Nyttig formel for å løse andre-grads ligninger

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$